

6.11 Reicht Omas Geschenk zur Finanzierung des Studiums? – Zinseszinsrechnung

Thema der Unterrichtsstunde

Zinseszinsrechnung als Anwendung exponentiellen Wachstums

Bemerkungen zur Lerngruppe

Die Klasse 9b, bestehend aus 18 Schülerinnen und 9 Schülern (im Folgenden kurz als Schüler bezeichnet), wird von mir seit diesem Schuljahr eigenverantwortlich unterrichtet. Die Atmosphäre innerhalb der Klasse ist freundschaftlich und auch mein Verhältnis zur Klasse empfinde ich als sehr angenehm.

In einigen Phasen einer Unterrichtsstunde – besonders in Phasen der Ergebnissicherung oder Ergebnispräsentation – fällt es den Schülern manchmal schwer, ruhig und aufmerksam zu bleiben. Im Gegensatz dazu arbeiten sie besonders während einer Erarbeitungsphase in Gruppen meist konzentriert, tauschen sich rege aus und kommen so zu sinnvollen Ergebnissen. (Die Klasse 9b ist eine „Bläserklasse“ und wurde weder nach der 7. Klasse noch nach der 8. Klasse aufgelöst. Für die Arbeit in Gruppen wurde in dieser Klasse bereits in der 6. Klasse das Prinzip der kooperativen Gruppenarbeit eingeführt und genau wie die Bildung der Gruppentische ritualisiert. Bei der kooperativen Gruppenarbeit werden verschiedene Aufgaben, wie beispielsweise das schriftliche Festhalten der Ergebnisse, auf die Gruppenmitglieder verteilt und die Aufgabenverteilung zumeist schriftlich fixiert. Inzwischen wird auf eine Fixierung der Aufgabenverteilung im Sinne einer Erziehung zu mehr Selbstständigkeit verzichtet. Trotzdem gelingt es den Schüler nach wie vor schnell zu Beginn jeder Gruppenarbeit eine Abstimmung über die Aufgabenverteilung vorzunehmen.) Hierbei werden alle Schüler integriert und die Schüler unterstützen sich gegenseitig. Insbesondere helfen in diesen Phasen die stärkeren Schüler den Schwächeren bei Verständnisproblemen, da sowohl die schriftlichen als auch mündlichen Leistungen innerhalb der Klasse 9b von einer relativ großen Heterogenität geprägt sind. Zum Teil verlieren sich die Schüler noch in Einzelheiten und halten ihre Ergebnisse erst spät auf Folien oder Plakaten fest. Um bei Lernschwierigkeiten während der Gruppenarbeitsphasen Unterstützung ohne direktes Eingreifen der Lehrperson zu ermöglichen, wurde der Gebrauch und Umgang mit einem Hilfekartensystem etabliert.

Nach der Gruppenarbeit sind die Schüler gerne bereit, ihre Ergebnisse vorzustellen. Insgesamt ist ihre Präsentationskompetenz angemessen, weist jedoch eine starke Heterogenität auf. Gerade schwächere Schüler fühlen sich, besonders wenn sie alleine präsentieren sollen, oft unwohl und sind unsicher. Gerade diese Schüler benötigen noch weitere Übung im Präsentieren.

Überlegungen zur Didaktik

Legitimation

Rein formal legitimiert sich die geplante Prüfungsstunde durch das Kerncurriculum [5], das innerhalb des Bausteins „Wachstumsmodelle“ den Inhalt „exponentielles Wachstum“ vorsieht. An dieser Stelle ist eine Vernetzung zum Beispiel zum Thema „Zinseszinsen“ sicher sinnvoll. Der schulinterne Stoffverteilungsplan sieht das Thema „Wachstumsprozesse“ als übergeordneten Baustein explizit erst im Jahrgang 10 vor. Im Sinne der Problemorientierung ist die Behandlung einfacher Anwendungsaufgaben aus dem Bereich „Wachstum“ innerhalb der Einheit „Potenzen“ jedoch sinnvoll und auch das eingeführte Schulbuch [2] behandelt bereits Wachstumsprozesse.

Zudem werden durch den problemorientierten Einstieg, die Bearbeitung der Aufgabe in Gruppen und die anschließende Präsentation und Diskussion der Ergebnisse folgende prozessbezogene Kompetenzen des Kerncurriculums [5] im Fach Mathematik [4] gefördert: „Probleme mathematisch lösen“ (P2), „argumentieren“ (P1) und „kommunizieren“ (P6).

In Zeiten der in den Medien stark diskutierten „Finanz- und Wirtschaftskrise“ beschäftigt alle Menschen das Thema „Geld“. Auch wenn die Schüler zurzeit von diesem Thema noch weniger betroffen sind als ihre Eltern, so werden sie früher oder später sicher einmal in die Situation kommen, sich über sinnvolle Anlagestrategien Gedanken machen zu müssen. Außerdem werden die Schüler durch die Behandlung dieses Themenkomplexes erkennen, wie viel Geld man für ein Studium investieren muss und dass dies eine finanzielle Belastung für Familien sein kann.

Der gewählte Aufgabenkontext „Geldanlagen zur Finanzierung des Studiums“ ist somit aus dem Alltag der Schüler gegriffen, sensibilisiert die Schüler durch die Verknüpfung von Mathematik und Realität dafür, dass Mathematik allgegenwärtig ist und wertet so die Meinung der Schüler gegenüber dem Fach auf ([3], S. 148 f). Insgesamt legitimiert sich die Erarbeitung der Zinseszinsformel im gewählten Kontext also auch durch ihren hohen Lebensweltbezug.

Weiterer Anhang

Einstiegsfolie:

Liebe Tina.

Ich gratuliere dir ganz herzlich zu deiner Konfirmation. Auch wenn ich etwas traurig bin, heute nicht bei dir sein zu können.

Als Geschenk schicke ich dir anbei einen Sparbrief.

Kurz vor deiner Geburt haben dein Großvater und ich umgerechnet 20.000€ gewonnen.

Glücklich über deine Geburt haben wir das Geld für 14 Jahre in einem Sparbrief zu 3% pro Jahr fest angelegt.

Dein Großvater hat sich immer gewünscht, dass du von diesem Geld später ein Studium finanzieren würdest.

Der Vertrag des Sparbriefes ist dieses Jahr ausgelaufen, aber bis zu einem möglichen Studium ist ja noch etwas Zeit.

Du sollst das Geld trotzdem jetzt bekommen, denn du bist alt genug, um deine Entscheidung selbst zu treffen.

Ich wünsche dir alles Schöne und Gute!

Deine Oma Herta

Eine Geldanlage zur Finanzierung des Studiums

Informationen:

Sparbrief für eine festverzinsliche Geldanlage

Startkapital: 20.000€

Vertragsabschluss: 28.02.1995

Laufzeit: 14 Jahre

Vertragsende: 28.02.2009

Zinssatz: 3% p.a.¹

¹ p.a. = per anno = pro Jahr
Die jährlichen Zinserträge verbleiben im Sparbrief und werden im darauf folgenden Jahr mitverzinst.

1. Aufgabe:

Legt mit Hilfe des Infoblattes zu aktuellen Studienkosten fest, wie viel ein Studium in etwa kostet!

Bestimmt, wie viel Kapital sich nach Ablauf der Vertragslaufzeit von 14 Jahren im Sparbrief der Großeltern befindet!

Diskutiert im Anschluss, welchen Einfluss euer Ergebnis auf die Idee, den Sparbrief für eine Studienfinanzierung zu nutzen, hat!

Zusatzaufgabe:

Entwickelt eine Formel mit der man das Kapital nach 14 Jahren mit einem einzigen Rechenschritt einfach und schnell berechnen kann!

Information zu aktuellen Kosten für ein Studium

Die durch ein Studium anfallenden Kosten sind in den letzten Jahren stark gestiegen. Pro Monat fallen im Durchschnitt mindestens Kosten von circa 650€ an.

Diese monatlichen Kosten muss der/die durchschnittliche Student/in dann 5 Jahre lang aufbringen, um das Studium abzuschließen.

**STUDENTENWERK
OLDENBURG**

.....
.....

Wohnung (Miete plus Nebenkosten wie Strom, Wasser, Gas)	300€
Ernährung	150€
Kommunikation (Internet, Telefon, Handy,...)	50€
Lernmittel (Bücher, Schreibmaterial,..)	50€
Studiengebühren (auf Monat umgelegt)	100€
gesamt	650€

1. Hilfe zur Berechnung des Kapitals nach 14 Jahren

Startkapital: 20.000€

Laufzeit: 14 Jahre

Zinssatz: 3% p.a.

Das Kapital nach einem Anlagejahr berechnet sich, wie folgt:

$$3\% \text{ von } 20.000\text{€} = 3/100 \cdot 20.000\text{€} = 600\text{€}$$

$$20.000\text{€} + 600\text{€} = 20.600\text{€}$$

Für das zweite Jahr ergibt sich:

$$3\% \text{ von } 20.600\text{€} = 3/100 \cdot 20.600\text{€} = 618\text{€}$$

$$20.600\text{€} + 618\text{€} = 21.218\text{€}$$

Alternativ kann man auch direkter rechnen:

$$103\% \text{ von } 20.000\text{€} = 20.600\text{€} \dots$$

Diesen Vorgang müsste man in beiden Fällen bis zum 14. Jahr wiederholen...

Aufgabe zum Weiterarbeiten:

Überlegt, wie euch der direkte Rechenweg helfen kann, das Endkapital nach 14 Jahren mit Hilfe eures Wissens über exponentielles Wachstum leicht zu berechnen!

2. Hilfe zur Berechnung des Kapitals nach 14 Jahren

Startkapital: 20.000€

Laufzeit: 14 Jahre

Zinssatz: 3% p.a.

Das Kapital nach 14 Anlagejahren berechnet sich auf dem direkteren Rechenweg, wie folgt:

$$\frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot \frac{103}{100} \cdot 20000€ = 30251,80€$$

Aufgabe zum Weiterarbeiten:

Überlegt, wie ihr den letzten, langen Term einfacher und übersichtlicher darstellen könnt!

Mögliche Gruppenarbeitsergebnisse:

Startkapital: 20.000€

Laufzeit: 14 Jahre

Zinssatz: 3% p.a.

Vorjahreskapital	Jahr	jährliche Zinsen	Jahresendkapital
20.000,00	1	600,00	20.600,00
20.600,00	2	618,00	21.218,00
21.218,00	3	636,54	21.854,54
21.854,54	4	655,64	22.510,18
22.510,18	5	675,31	23.185,48
23.185,48	6	695,56	23.881,05
23.881,05	7	716,43	24.597,48
24.597,48	8	737,92	25.335,40
25.335,40	9	760,06	26.095,46
26.095,46	10	782,86	26.878,33
26.878,33	11	806,35	27.684,68
27.684,68	12	830,54	28.515,22
28.515,22	13	855,46	29.370,67
29.370,67	14	881,12	30.251,79

Antwort: Nach 14 Jahren beinhaltet der Sparbrief ein Kapital von 30.251,80€.

Startkapital: 20.000€

Laufzeit: 14 Jahre

Zinssatz: 3% p.a.

Prozentsatz: 103%

Jahr	Jahresendkapital	
0	20000	
1	20.600,00	= 20000*103/100
2	21.218,00	= 20600*103/100
3	21.854,54	...
4	22.510,18	
5	23.185,48	
6	23.881,05	
7	24.597,48	
8	25.335,40	
9	26.095,46	
10	26.878,33	
11	27.684,68	
12	28.515,22	
13	29.370,67	
14	30.251,79	

Antwort: Nach 14 Jahren beinhaltet der Sparbrief ein Kapital von 30.251,80€.

Startkapital: 20.000€

Laufzeit: 14 Jahre

Zinssatz: 3% p.a.

$K(t)$: Kapital nach t Jahren

$$K(14) = 20000 \cdot 1,03^{14} = 30251,80$$

Antwort: Nach 14 Jahren beinhaltet der Sparbrief ein Kapital von 30.251,80€.

Eine Geldanlage zur Finanzierung des Studiums

Informationen zur Geldanlage:

Sparbrief für eine festverzinsliche Geldanlage

Startkapital: 20.000€

Vertragsabschluss: 28.02.1995

Laufzeit: 14 Jahre

Vertragsende: 28.02.2009

Zinssatz: 3% p.a.¹

Möglichkeiten für eine weiterführende Geldanlage ab März 2009:

- 1.) Fortführung des ausgelaufenen Anlage:
Zinssatz: 3% p.a. ; Bearbeitungsgebühr: 0 €
- 2.) Abschluss eines Neuvertrages:
Zinssatz: 6% p.a. ; Bearbeitungsgebühr: 50 €
- 3.) Abschluss eines anderen Neuvertrages:
Zinssatz: 7% p.a. ; Bearbeitungsgebühr: 100 €

¹ Die jährlichen Zinserträge verbleiben im Sparbrief und werden im darauf folgenden Jahr mitverzinst.

Informationen zur Berechnung des Endkapitals:

K_0 : Startkapital

t : Laufzeit

p : Zinssatz p.a.

K(t) : Endkapital nach t Jahren Laufzeit

$$K(t) = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^t$$

Diese Formel nennt man Zinseszinsformel!

Aufgabe:

Das Endkapital nach 14 Jahren kann bis zum Beginn eines Studiums noch mindestens 4 weitere Jahre angelegt werden.

Vergleiche die drei weiterführenden Geldanlagen in Bezug auf unsere Stundenfrage!

Langzeitplanung:

Datum	Thema
	Einführung der Begriffe: Basis a und Exponent n erste Übungen zur Potenzrechnung
	erste Anwendung: Bakterienwachstum
	Einführung von Basen a aus den ganzen Zahlen - Übungen
	Einführung von Basen a aus den reellen Zahlen - Übungen
	Anwendungsbeispiel: Zerfall
	Einführung von Exponenten n aus den ganzen Zahlen - Übungen
	Anwendungsbeispiel: Rückblick beim Bakterienwachstum
	Vergleich von linearem und exponentiellem Wachstum
	Übung zum exponentiellem Wachstum
	Übungen zur Zinsrechnung
	PU-Stunde: Entwicklung der Zinseszinsformel
	Anwendungen zur Zinseszinsformel – der Vergleich verschiedener Anlagen