

## 6.9 Erarbeitung einer Regel zum Lösen spezieller quadratischer Gleichungen

### Thema der Unterrichtsstunde

Erarbeitung einer Regel zum Lösen von Gleichungen

### Bemerkungen zur Lerngruppe

Die Lerngruppe besteht aus 20 Schülerinnen und acht Schülern (im Folgenden kurz Schüler genannt) und ist mir seit Beginn des Schuljahres sowohl aus dem eigenverantwortlichen Unterricht als auch dem Ausbildungsunterricht bekannt. Sie wird von mir vier Stunden pro Woche unterrichtet.

Der Umgang der Schüler untereinander ist respektvoll und kooperativ, das Verhältnis zum Lehrer vertraut. Dies äußert sich in einer insgesamt angenehmen sowie weitgehend lernförderlichen Arbeitsatmosphäre, wodurch eine angemessene Lernbereitschaft und Motivation der Schüler erreicht wird. Die Schüler arbeiten überwiegend konzentriert und zielorientiert. Die Beteiligung an Unterrichtsgesprächen ist i.d.R. durchschnittlich bis hoch. Bei einem geringen sowie durchschnittlichen Anforderungsniveau kann eine breite Streuung der Wortmeldungen erreicht werden. Bei einem derartigen Anforderungsniveau sowie in Wiederholungsphasen oder phasenvorbereitenden Unterrichtsschritten werden insbesondere die stilleren und leistungsschwächeren Schüler in das Unterrichtsgeschehen integriert. Diese Integration wird zudem durch den wiederkehrenden Gebrauch der Sozialformen Partner- oder Gruppenarbeit angestrebt. In Unterrichtsphasen mit komplexeren Inhalten und einem deutlich erhöhten Anforderungsniveau sind es insbesondere die Leistungsträger E, F, M und mit Abstrichen J, K, L, die den Unterricht mit ihren Wortmeldungen voranbringen. Die Beiträge dieser Schüler zeichnen sich ferner dadurch aus, dass sie überwiegend Begründungen und/oder Erklärungen enthalten. Dennoch gilt sowohl für die genannten Schüler als auch – im besonderen Maße – für die restlichen Schüler fortwährend begründete Antworten und darüber hinaus die Nutzung der Fachsprache von ihnen einzufordern. Die Ergebnispräsentation an der Tafel oder per Folie gelingt zunehmend, wird aber weiterhin geschult.

### Überlegungen zur Didaktik

#### Legitimation

Formal wird die Besuchsstunde durch das Kerncurriculum für das Fach Mathematik legitimiert. Im Allgemeinen sollen die Schüler im Mathematikunterricht mathematische Situationen erkunden, Probleme erkennen und diese unter Verwendung mathematischer Strategien lösen (vgl. [7], S. 8). Im Speziellen sollen die Schüler des achten Jahrgangs gemäß dem inhaltsbezogenen Kompetenzbereich „Zahlen und Operationen“ quadratische Gleichungen algebraisch lösen (vgl. [7], S. 27). Zudem sollen die Schüler mit Hilfe des Taschenrechners mathematische Zusammenhänge erkunden und neue Sachverhalte entdecken (vgl. [7], S. 10, S. 22).

Darüber hinaus schreibt der schuleigene Arbeitsplan die Thematisierung von Gleichungen des Typs  $T1 \cdot T2 = 0$  im Zuge der o. g. Unterrichtseinheit für den achten Jahrgang vor. Speziell für den Einsatz des CAS-Rechners sieht der Arbeitsplan vor, dass Gleichungen mit Hilfe des CAS gelöst werden sollen. Ferner greift die Anlage der Stunde ein Hauptanliegen der heutigen Unterrichtsentwicklung auf: das aktiv-entdeckende Lernen. Die Schüler entdecken im Stundenverlauf die Regel „Nullwerden eines Produktes“ (vgl. [10], S. 78).

Das entdeckende Lernen ist aus lernpsychologischer Sicht anzustreben, da Schüler nur selbst lernen können (vgl. [3], S. 13). Diesem Prozess wird die Besuchsstunde gerecht.

Der Zukunftsbezug der Besuchsstunde kann in Anlehnung an den „Kompetenzerwerb im Mathematikunterricht“ verdeutlicht werden: „Bereits erworbene Kompetenzen müssen in wechselnden Problemsituationen flexibel verfügbar sein [...].“ (vgl. [7], S. 8). Die Regel zum Lösen einer Gleichung des Typs  $T_1 \cdot T_2 = 0$  (vgl. Sachanalyse) ist im Sinne des Spiralcurriculums für den nachfolgenden Mathematikunterricht von Bedeutung. So kann das Wissen zum Lösen derartiger Gleichungen bspw. im Zuge der Nullstellenberechnung von quadratischen Funktionen oder für das Aufstellen von Funktionen auf der Grundlage von gegebenen Graphen genutzt werden.

## Langzeitplanung

### Thema

Erarbeitung der Vorgehensweise zum Auflösen von zwei Klammern in einem Produkt

Übung der Vorgehensweise zum Auflösen von zwei Klammern in einem Produkt unter besonderer Berücksichtigung des Lösens von Gleichungen

Einführung der Binomischen Formeln im Zuge der Vertiefung des Verfahrens zum Auflösen von zwei Klammern in einem Produkt

Übung und Vertiefung zum Umgang mit den Binomischen Formeln

Vertiefung des Lösens von Gleichungen unter besonderer Berücksichtigung der Binomischen Formeln

### Erarbeitung einer Regel zum Lösen von Gleichungen

Übung und Vertiefung des Verfahrens zum Lösen von Gleichungen des Typs  $T_1 \cdot T_2 = 0$

Erarbeitung des Vorgehens zur Faktorisierung einer Summe

### Folie I

#### Aufgabe

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung  $(x - 5) \cdot (x + 3) = 0$ .

#### Aufgabe

- Bestimme mit dem CAS die Lösungsmengen der Gleichungen
  - $(x - 5) \cdot (x + 3) = 0$
  - $(x - 8) \cdot (4 + x) = 0$
- Führe zu beiden Gleichungen eine Probe durch.
- Vergleiche die Proben, indem du Gemeinsamkeiten feststellst und interpretiere diese Gemeinsamkeiten und ihre Bedeutung für das Stundenthema.
- Tausche dich mit deinem Nachbarn über deine Erkenntnisse aus Aufgabe 3 aus.

## Aufgabe

Erstelle mit Hilfe der einzelnen Satzteile des Puzzles einen Merksatz bzgl. der erarbeiteten Erkenntnisse.

## Bemerkung

Bearbeite die 1., 2. und 3. Aufgabe in Einzelarbeit (ICH), die 4. Aufgabe und die vorstehende Aufgabe in Partnerarbeit (DU).

## AB I/Folie II

Im Allgemeinen gilt: | Ein Produkt ist gleich 0, | wenn mindestens ein Faktor gleich 0 ist. | Für Term  $1 \cdot \text{Term } 2 = 0$  gilt somit: | Das Produkt Term 1  $\cdot$  Term 2 ist gleich 0, | wenn mindestens einer der Terme gleich 0 ist.

Bemerkung: Die Trennstriche stellen die jeweilig abgetrennten Abschnitte des Satzes dar.

## AB II

### Nullwerden eines Produktes

Im Allgemeinen gilt: Ein Produkt ist gleich 0, wenn mindestens ein Faktor gleich 0 ist. Für Term  $1 \cdot \text{Term } 2 = 0$  gilt somit: Das Produkt Term 1  $\cdot$  Term 2 ist gleich 0, wenn mindestens einer der Terme gleich 0 ist.

## AB III (HA)

### Aufgaben

- Bestimme schriftlich die Lösungsmengen der folgenden Gleichungen.
  - $(x - 4) \cdot (x - 9) = 0$
  - $(3x - 6) \cdot (x + 4) = 0$
  - $(2x - 8) \cdot (4 - x)$
  - $x \cdot (x + 1) = 0$
- Bestimme mindestens eine Gleichung, die die Lösungsmenge  $L = \{-3;7\}$  besitzt.

### Angestrebtes Tafelbild

geschlossene Tafel (Einstieg)

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| $(x - 5) \cdot (x + 3) = 0$ |  |
|-----------------------------|--|

geöffnete Tafel (ab Ende Einstieg)

|  |   |  |
|--|---|--|
|  | Bestimmung der Lösungsmenge einer Gleichung des Typs<br>Term 1 $\cdot$ Term 2 = 0 |  |
|--|---|--|

|  |                              |                              |  |
|--|------------------------------|------------------------------|--|
|  | $(x - 5) \cdot (x + 3) = 0$  | $(x - 8) \cdot (4 + x) = 0$  |  |
|  | $x - 5 = 0$ oder $x + 3 = 0$ | $x - 8 = 0$ oder $4 + x = 0$ |  |
|  | $x = 5$ oder $x = -3$        | $x = 8$ oder $x = -4$        |  |
|  | $L = \{-3; 5\}$              | $L = \{-4; 8\}$              |  |