7.8 Schafft der Bus die Tunneleinfahrt? – Eine Hinführung zum Höhensatz

Thema der Unterrichtsstunde

Die Satzgruppe des Pythagoras – Der Höhensatz am Beispiel des „Tunnelproblems“

Bemerkungen zur Lerngruppe

Die Lerngruppe setzt sich aus 14 Schülerinnen und 16 Schülern – im Folgenden wird für beide Geschlechter die Bezeichnung „Schüler“ verwendet - zusammen und wird von mir seit Schuljahresbeginn eigenverantwortlich unterrichtet. In der Klasse herrscht ein angenehmes, vertrautes Unterrichtsklima. Insgesamt zeigt sich die Klasse im Mathematikunterricht als engagiert und motiviert. Das Leistungsvermögen der Schüler differiert sehr stark. Dennoch beteiligen sich die meisten Schüler rege am Unterrichtsgespräch, was das ausgeprägte Bemühen um Verständnis sowohl bei leistungsstarken als auch leistungsschwächeren Schülern deutlich macht. Im vorangegangenen Unterricht hat sich gezeigt, dass die Schüler oftmals zeichnerische Veranschaulichungen benötigen, um sich sprachlich und mathematisch korrekt mit einem Thema auseinanderzusetzen.

Positiv hervorzuheben ist die große Hilfsbereitschaft der Schüler untereinander, durch gegenseitige Unterstützung gelangen sie oft zu guten Ergebnissen. Im Unterrichtsgespräch gelingt es den Schülern in der Regel sich aufeinander zu beziehen und bei Fehlern korrigierend einzugreifen. Als Ausnahme ist hier A zu nennen, der sich zwar quantitativ gut am Unterrichtsgeschehen beteiligt, jedoch oft Beiträge wiederholt oder unqualifizierte und unverständliche Aussagen macht, die bei anderen Schülern auf Unverständnis treffen.

Überlegungen zur Didaktik

Legitimation

Das Thema der Besuchsstunde wird durch die Vorgaben des *Kerncurriculums des Landes Niedersachsen für das Fach Mathematik* legimitiert. Dort wird im Rahmen der prozessbezogenen Kompetenz „mathematisch modellieren“ gefordert, dass die Schüler mögliche Einflussfaktoren in Realsituationen finden und bewerten und geeignete Modelle zu deren Beschreibung begründet heranziehen können ([5], S. 17). Diese Herangehensweise fordert auch das *Schulcurriculum.*

Auch inhaltlich legitimiert sich die vorliegende Unterrichtsstunde vor dem Hintergrund des Kerncurriculums, in dem für den Schuljahrgang 8 gefordert wird, dass die Schüler „Winkelgrößen mit Hilfe des Thales Satzes und Streckenlängen mit Hilfe des Satzes von Pythagoras“ berechnen, und „den Satz des Thales und den Satz des Pythagoras bei Konstruktionen, Berechnungen und Beweisen“ anwenden können ([5], S. 29, S. 32).

Weitere Materialien

Sicherung II

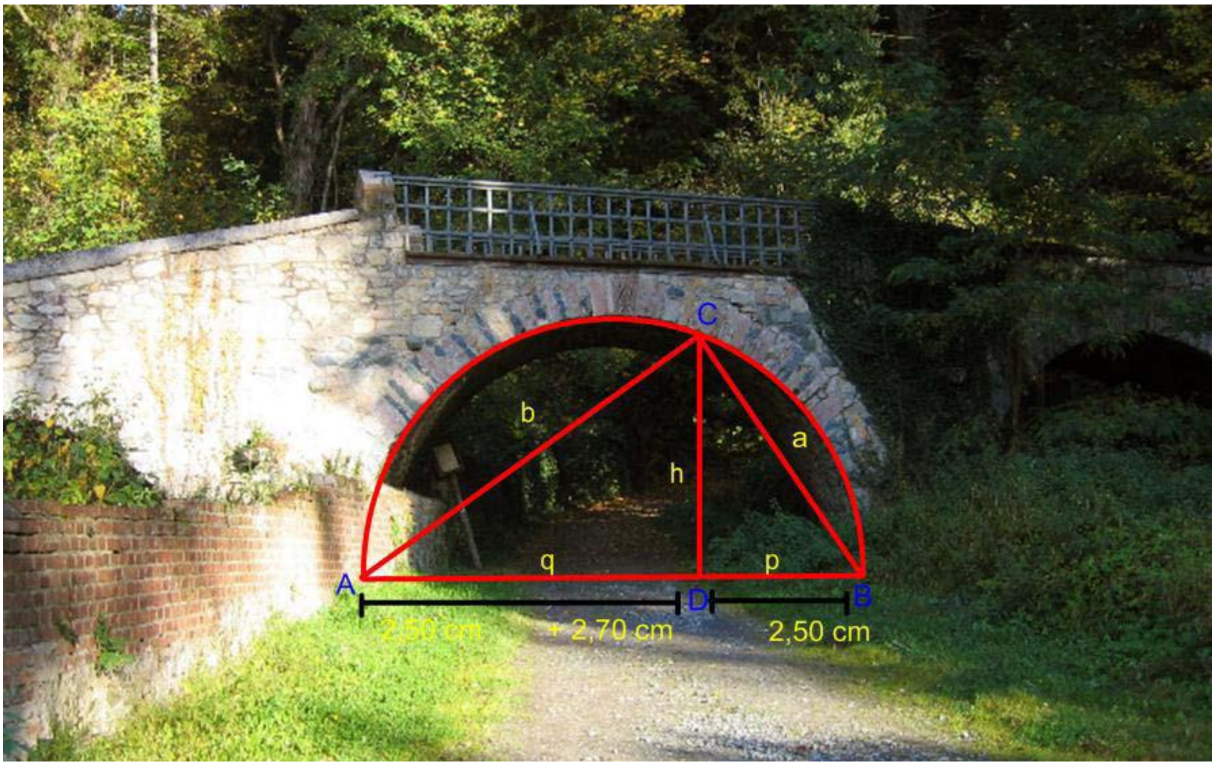
Langzeitplanung

Arbeitsblatt I

Arbeitsblatt II

Mögliche Tafelbilder

Mögliches Smartboardbild (Erarbeitungsphase I)

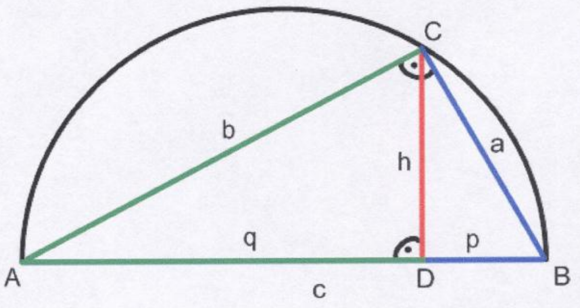


Busmaße: Breite 2,55m Höhe 3,50m

Problemfrage: Kann der Bus unter den Tunnel hindurchfahren ohne diesen zu berühren? □ Wie groß ist h?

Mögliches Smartboardbild (Sicherung II)

Höhensatz des Euklids



$\Delta 1: a^2 + b^2 = c^2$
$\Delta 2: h^2 + q^2 = b^2$ und
$\Delta 3: h^2 + p^2 = a^2$

$\Delta 1: a^2 + b^2 = (p + q)^2$
$\Delta 2: h^2 + q^2 = b^2$ und
$\Delta 3: h^2 + p^2 = a^2$

Durch Einsetzen von a^2 und b^2 in $\Delta 1$ ergibt sich:

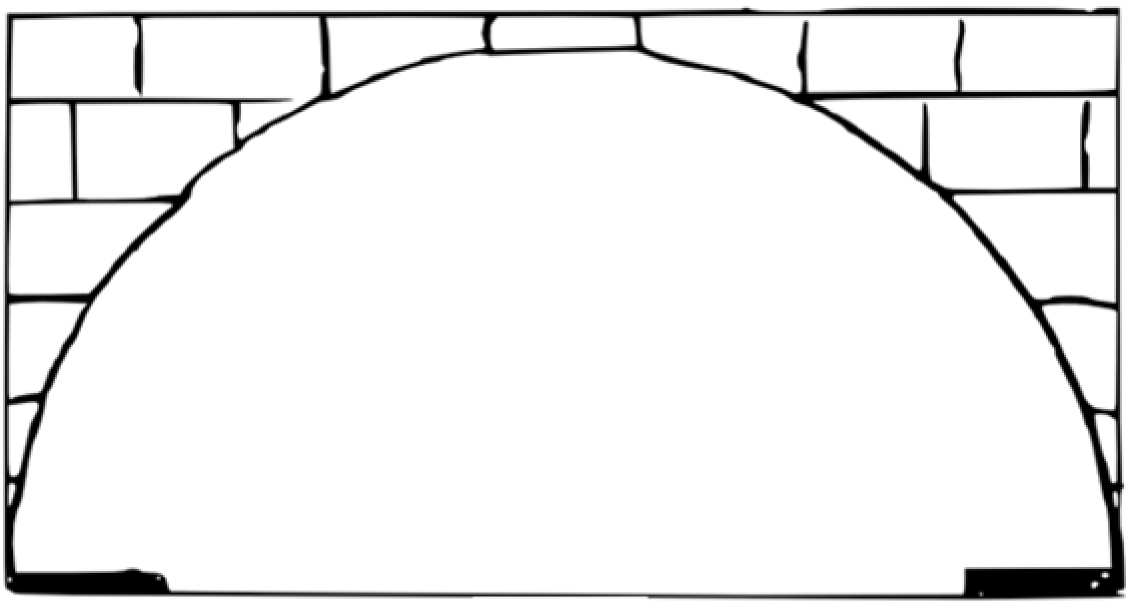
$$
\begin{aligned}
h^2 + p^2 + h^2 + q^2 &= (p + q)^2 \\
2h^2 + p^2 + q^2 &= p^2 + 2pq + q^2 \\
2h^2 &= 2pq \\
h^2 &= pq \\
h &= \sqrt{pq}
\end{aligned}
$$

Die allgemeine Formel für die Höhe in einem rechtwinkligen Dreieck ist $h = \sqrt{pq}$.

Arbeitsmaterial

Arbeitsblatt I

Das Tunnelproblem



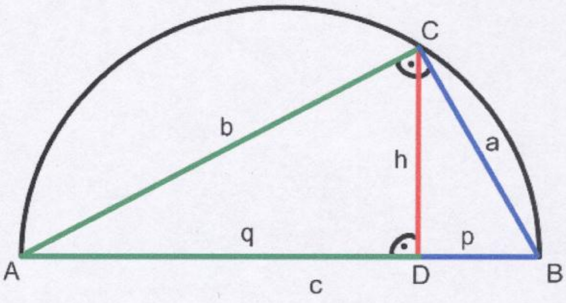
Randstreifen 2,5 m ← Straßenbreite 2,7 m → Randstreifen 2,5 m

Aufgabe:

1. Zeichnet in die oben gegebene Skizze für euch hilfreiche geometrische Figuren ein, die euch bei der Beantwortung der Frage, ob der der Bus durch den Tunnel fahren kann ohne stecken zu bleiben, helfen können.
2. Beantwortet anschließend diese Frage rechnerisch.

Arbeitsblatt:

Übungen zur Satzgruppe des Pythagoras



Die Satzgruppe des Pythagoras umfasst drei Sätze der Mathematik, die sich mit Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken befassen:
Zwei davon habt ihr schon kennengelernt:

1. Satz des Pythagoras (hier: $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$) und
2. Höhensatz des Euklids (hier: $\mathbf{h^2 = p*q}$)

   Der dritte Satz ist der Kathetensatz des Euklids und ermöglicht euch das Berechnen der Katheten (hier: a und b)
3. Kathetensatz des Euklids: (hier: $\mathbf{a^2 = c*p}$ und $\mathbf{b^2 = c*q}$)!

<u>Aufgabe:</u>

a.) Erkläre, wie man die Formel des Kathetensatzes ($\mathbf{a^2 = c*p}$)entwickelt!
   a. Benutze dafür den Höhensatz des Euklids und des Pythagoras vom Dreieck DBC!

b.) Bearbeite die folgenden Aufgaben aus dem Mathebuch (S.143, 144):
   a. 4
   b. 5 c und d
   c. 6 a, d und e
   d. 10
   e. 11
   f. 13

c.) EINE AUFGABE ZUM KNOBELN:
   Zur Aufgabe aus der Vorstunde: Das Tunnelproblem - Ihr habt berechnet, dass der Bus durch den Tunnel fahren kann ohne anzustoßen. Bearbeitet nun folgende Fragestellung: Welchen minimalen Abstand p muss der Bus mindestens von der Tunnelwand einhalten, um nicht oben anzustoßen?