

## 9.3 Das Drei-Türen-Problem – Abschätzung der Wahrscheinlichkeiten unterschiedlicher Strategien durch Simulation von Zufallsexperimenten

### Thema der Unterrichtsstunde

Ein Problem zur Simulation von Zufallsexperimenten

### Bemerkungen zur Lerngruppe

Die 16 Schülerinnen und 12 Schüler – im Folgenden kurz Schüler genannt - der Klasse 6d sind mir bereits seit einem halben Jahr aus meinem eigenverantwortlichen Unterricht im Fach Mathematik bekannt. Die Schüler verhalten sich mir gegenüber aufgeschlossen und freundlich. Auch untereinander gehen die Schüler freundlich und hilfsbereit miteinander um, so dass von einer angenehmen Lernatmosphäre gesprochen werden kann.

Das Leistungsbild der Lerngruppe ist als sehr heterogen einzustufen. Während A, B, J, M und N durch eine schnelle Auffassungsgabe und gute Ideen häufig zum Fortschreiten des Unterrichts beitragen, bereitet I, K, S und W dagegen das Nachvollziehen des Unterrichtsgeschehens mitunter große Mühe, und sie nehmen daher nur selten aktiv am Unterrichtsgespräch teil.

Die Lerngruppe ist gewohnt, Arbeitsaufträge in Gruppen- bzw. Partnerarbeit zu bearbeiten, wobei aber die Arbeit in den Gruppen noch nicht als routiniert zu bezeichnen ist. Die Schüler präsentieren gerne eigene Ergebnisse an der Tafel oder mittels Folie. Nach Aufforderung seitens der Lehrkraft bemühen sie sich, Fragen ihrer Mitschüler hinsichtlich ihrer Präsentation zu beantworten. Als problematisch ist anzusehen, dass einzel-ne Schüler mitunter den Vorträgen ihrer Mitschüler nicht die angemessene Aufmerksamkeit schenken und sich zu selten auf vorherige Wortbeiträge beziehen. Auch im Unterrichtsgespräch bleiben mündliche Beiträge oft unvernetzt. Während sich im Unterrichtsgespräch einige Schüler auf die Mitarbeit der leistungsstärkeren Schüler verlassen, wird in den Arbeitsphasen eine breite Aktivierung der Lerngruppe erreicht.

### Überlegungen zur Didaktik

#### Legitimation

Das Thema „Zufall und Prognosen“, insbesondere die Stunde des Prüfungsunterrichts, lässt sich formal anhand des Kerncurriculums für das Gymnasium für die Schuljahrgänge 5 - 10 legitimieren [3]. Besondere Berücksichtigung findet der inhaltsbezogene Kompetenzbereich „Daten und Zufall“. Dort wird gefordert, dass die Schüler Ergebnissen von Zufallsexperimenten durch Schätzen von relativen Häufigkeiten für lange Versuchsserien Wahrscheinlichkeiten zuordnen. Außerdem sollen die Schüler Wahrscheinlichkeiten als Prognosen für absolute Häufigkeiten von Ereignissen nutzen. Es wird außerdem verlangt, dass die Schüler diese Zufallsexperimente simulieren und das von ihnen dazu gewählte Verfahren beurteilen.

Weiterhin werden durch die Aufgabenstellung und die Präsentation der Ergebnisse auch prozessbezogene Kompetenzen gefördert. Hierbei werden besonders die Kompetenzen „Mathematisch argumentieren“, „Probleme mathematisch lösen“ und „Kommunizieren“ berücksichtigt.

Auch das schulinterne Curriculum für die Klasse 6 der Fachgruppe Mathematik sieht das Simulieren von Zufallsexperimenten explizit vor.

Zusätzlich wird durch die Wahl der Problemstellung ein Realitätsbezug geschaffen. Die Schüler bekommen die Möglichkeit sich mit den Gewinnwahrscheinlichkeiten dieser „Spielshow“ auseinanderzusetzen und diese als Grundlage weiterer Überlegungen zur Chancengleichheit bei „Spielshows“ zu nutzen.

## **Anhang**

Unterrichtseinheit

mögliches Tafelbild

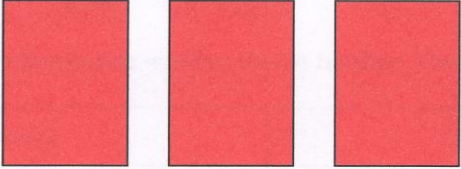
mögliche Folienbilder

Auswertung mit Excel

Arbeitsmaterialien

<b>Stunde</b>	<b>Datum</b>	<b>Thema der Stunde</b>
1		Einstieg Zufallsexperimente
2		Ist das Werfen eines Kronenkorkens fair?
3		Auswertung des Kronenkorkenexperimentes
4		Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten
5		Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen – Die Summen- und Komplementärregel
6		Übungsstunde: Summen- und Komplementärregel
7		Laplace- Experimente
8		Übungsaufgaben zu Laplace-Experimenten
9		Übungsaufgaben
10		Übungsaufgaben
<b>11</b>		<b>Ein Problem zur Simulation von Zufallsexperimenten</b>
12		Theoretische Auswertung des „Drei-Türen-Problems“

Mögliches Tafelbild:

	 <p>1                      2                      3</p> <p><b>Fragestellung:</b> Wie groß ist die Gewinnwahrscheinlichkeit bei der Strategie „Wechseln“ bzw. „Nicht wechseln“?</p>	<p><b>Antwort:</b> Strategie: Immer wechseln <math>P(\text{Gewinn}) \approx 0,67</math></p> <p>Strategie: Nie wechseln <math>P(\text{Gewinn}) \approx 0,33</math></p>
--	---	---

Mögliche Folienbilder:

Einstiegsfolie:

**Frage: Würdet ihr bei eurer Entscheidung bleiben oder wechseln?**

**Meinungen der Klasse 6d:**

- **Der Gewinn kann ebenso hinter der einen wie der anderen Pappkarte sein.**
- **Die Wahrscheinlichkeit die richtige Entscheidung zu treffen ist 50%.**
- **Wir bleiben bei unserer Entscheidung/ Wir wechseln daher.**

**Meinung von Marilyn vos Savant:**

Die amerikanische Journalistin Marylin vos Savant gilt als der Mensch mit dem höchsten Intelligenzquotienten der Welt. Sie berichtete 1991 in einem Zeitungsartikel:

**„Es ist besser die Tür zu wechseln.“**

Erarbeitung einer Strategie:

Ihr wollt die Gewinnwahrscheinlichkeiten der beiden Strategien „Wechseln“ und „Nicht wechseln“ abschätzen. Plant gemeinsam in der Gruppe euer Vorgehen und notiert dies auf dieser Folie.

Die Gewinnwahrscheinlichkeiten werden durch häufige Versuchsdurchführung bestimmt.

Wechseln		Nicht wechseln	
Gewonnen	Verloren	Gewonnen	Verloren

Anschließend werden die relativen Häufigkeiten berechnet und daraus die Gewinnwahrscheinlichkeiten abgeschätzt.

Auswertung mit Excel:

Auswertung "Drei-Türen-Problem"										
Strategie: Immer wechseln					Strategie: Nie wechseln					
Gesamtanzahl der Versuche	Gewonnen	Verloren	Relative Häufigkeit "Gewonnen"	Relative Häufigkeit "Verloren"	Gesamtanzahl der Versuche	Gewonnen	Verloren	Relative Häufigkeit "Gewonnen"	Relative Häufigkeit "Verloren"	
20	12	8	0,600	0,400	23	11	12	0,478	0,522	
13	10	3	0,769	0,231	16	6	10	0,375	0,625	
18	12	6	0,667	0,333	12	5	7	0,417	0,583	
24	14	10	0,583	0,417	23	7	16	0,304	0,696	
11	6	5	0,545	0,455	14	5	9	0,357	0,643	
23	15	8	0,652	0,348	19	4	15	0,211	0,789	
109	69	40	0,633	0,367	107	38	69	0,355	0,645	

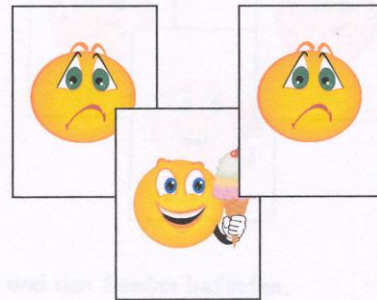


**Arbeitsmaterialien:**

Arbeitsblätter:

**Wechseln oder nicht? (Strategie: Nie wechseln)**

Spielt mit deinem Banknachbarn das Zufallsexperiment, damit ihr auf diese Fragestellung eine Antwort findet.



**Spielanleitung:**

1. Der Moderator (einer von euch) mischt die drei Spielkarten gut durch und legt sie verdeckt vor dem Mitspieler (Kandidat) auf den Tisch.  
**Wichtig: Der Moderator muss sich merken, wo sich die Nieten und der Gewinn befinden.**
2. Der Kandidat wählt eine der drei Spielkarten aus.
3. Der Moderator deckt eine der Nieten auf.
4. Der Kandidat muss, gemäß der vorgegebenen Strategie, bei seiner Karte bleiben.
5. Der Moderator löst das Spiel auf, indem er die verbliebenen zwei Spielkarten aufdeckt.

Unser Ergebnis:

	Anzahl der Ergebnisse	absolute Häufigkeiten	relative Häufigkeiten
Gewonnen			
Verloren			

Ergebnis der gesamten Klasse:

Strategie: Immer wechseln	Strategie: Nie wechseln

Meiner Meinung nach ist die Position von Marylin vos Savants richtig/nicht richtig, denn...

---



---



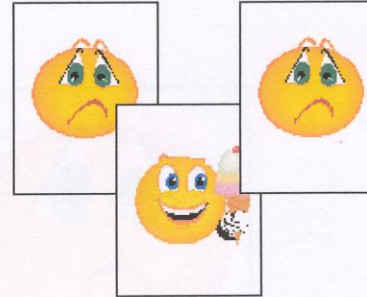
---



---

## Wechseln oder nicht? (Strategie: Immer wechseln)

Spielt mit deinem Banknachbarn das Zufallsexperiment, damit ihr auf diese Fragestellung eine Antwort findet.



### Spielanleitung:

1. Der Moderator (einer von euch) mischt die drei Spielkarten gut durch und legt sie verdeckt vor dem Mitspieler (Kandidat) auf den Tisch.

**Wichtig: Der Moderator muss sich merken, wo sich die Nieten und der Gewinn befinden.**

2. Der Kandidat wählt eine der drei Spielkarten aus.
3. Der Moderator deckt eine der Nieten auf.
4. Der Kandidat muss, gemäß der vorgegebenen Strategie, bei seiner Karte bleiben.
5. Der Moderator löst das Spiel auf, indem er die verbliebenen zwei Spielkarten aufdeckt.

### Unser Ergebnis:

	Anzahl der Ergebnisse	absolute Häufigkeiten	relative Häufigkeiten
Gewonnen			
Verloren			

### Ergebnis der gesamten Klasse:

Strategie: Immer wechseln	Strategie: Nie wechseln

Meiner Meinung nach ist die Position von Marylin vos Savants richtig/nicht richtig, denn...

---



---



---



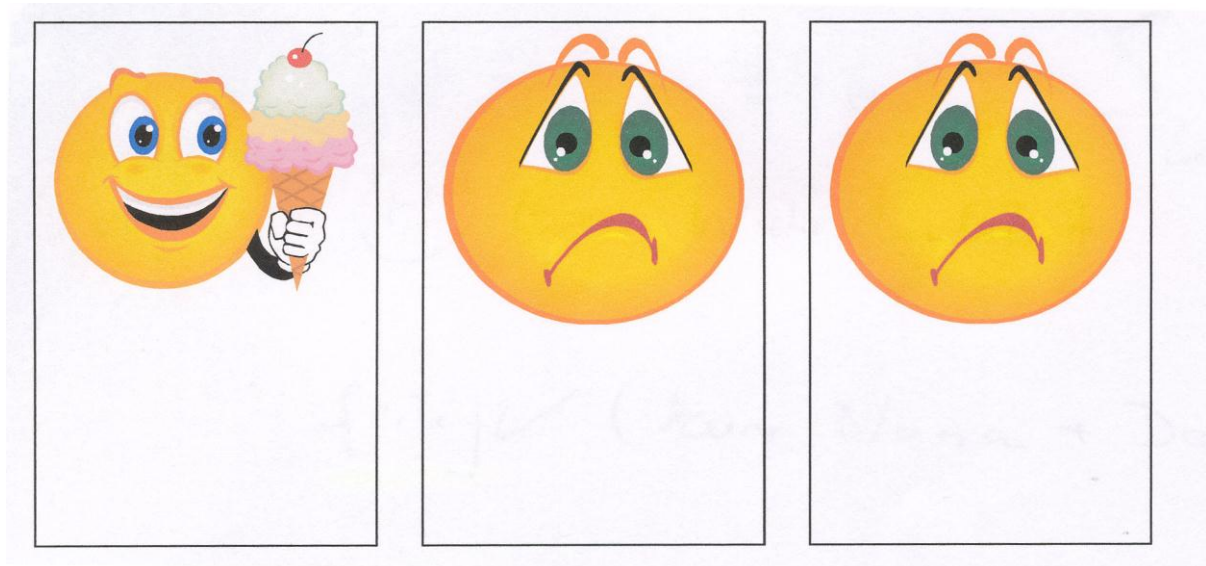
---



---



**Spielkarten:**



**Hilfestellung:**

**Hilfekarte:**

Eine Gruppe hat das „Drei-Türen-Problem“ 100-mal durchgespielt und dabei folgende Ergebnisse notiert:

Gewonnen: 45-mal  
Verloren: 55-mal

Kann man aus diesen Daten die Gewinnwahrscheinlichkeiten der beiden Strategien „Wechseln“ oder „Nicht wechseln“ bestimmen?  
Welche Angaben fehlen noch?